EVAU MATES APLICADAS (2022-2023) SOLUCIONES

Pregunta A1.- En una obra, para transportar la tierra extraída para la construcción de los cimientos de un edificio, se usan tres tipos de camiones diferentes: A, B y C. Los camiones de tipo A tienen una capacidad de 14 toneladas, los de tipo B de 24 toneladas y los de tipo C de 28 toneladas. Habría que traer un camión más de tipo A para igualar al número de camiones restantes. El 10% de la capacidad de todos los camiones tipo B supone un séptimo de la de los de mayor tonelaje. Hoy, realizando un único viaje cada camión a máxima capacidad, se han extraído de la obra 302 toneladas de tierra. ¿Cuánta tierra ha sido transportada hoy por los camiones de cada tipo?

A		B		C	
Cap	nº	Cap.	nº	Cap	nº
14	x	24	y	28	z

$$\begin{cases} x+1=y+z \\ 0{,}1\cdot 24\cdot y = \frac{z}{7}\cdot 28 \\ 14x+24y+28z=302 \end{cases}$$

$$x-y-z=-1$$

$$2{,}4y=4z \rightarrow \begin{cases} x-y-z=-1 \\ 2{,}4y-4z=0 \\ 14x+24y+28z=302 \end{cases}$$

APLICAMOS GAUSS

ACADEMIA ALFA 10
C/ Nelly Sachs, 1
☎ 91 798 18 20

$F3=F3-14F1$

$$\begin{cases} x-y-z=-1 \\ 2{,}4y-4z=0 \\ 38y+42z=316 \end{cases}$$

$F3=F3+\frac{42}{4}F2$

$$x-y-z=-1$$
$$2{,}4y-4z=0$$
$$63{,}2y=316 \rightarrow \boxed{y=\frac{316}{63{,}2}=5}$$

SUSTITUIMOS EN LA SEGUNDA ECUACIÓN:

$$2{,}4\cdot 5-4z=0 \rightarrow 12=4z \Rightarrow \boxed{z=\frac{12}{4}=3}$$

AHORA SUSTITUIMOS LA "y" Y LA "z" EN LA EC. 1:

$$x+1=5+3 \Rightarrow x=8-1 \Rightarrow \boxed{x=7}$$

LA TIERRA REPARTIDA POR CADA CAMIÓN:

$\boxed{A: 14\cdot 7=98 \text{ Tm}}$ $\boxed{B: 24\cdot 5=120 \text{ Tm}}$

$\boxed{C=28\cdot 3=84 \text{ Tm}}$

Pregunta A.2. Dada la función $f(x)=\sqrt[3]{(x^2-1)^2}$, se pide:

a) (0,25 puntos) Estudiar si es par o impar

b) (0,75 puntos) Estudiar su derivabilidad en el punto x=1

c) (1,5 puntos) Estudiar sus extremos relativos y absolutos

ACADEMIA ALFA 10
C/ Nelly Sachs, 1
☎ 91 798 18 20

a) par o impar. Para estudiar la simetría de la función reemplazamos x por −x

$$f(-x)=\sqrt[3]{((-x)^2-1)^2}=\sqrt[3]{(x^2-1)^2}=f(x) \quad \boxed{\text{PAR}}$$

b) Derivabilidad en x = 1

Se trata de una función continua, por lo que derivamos la función:

$$f(x)=(x^2-1)^{2/3} \Rightarrow f'(x)=\frac{2}{3}(x^2-1)^{-1/3}\cdot 2x=\frac{4x}{3\sqrt{x^2-1}}$$

$$f'(+1)=\frac{4}{3\sqrt{1-1}}=\frac{4}{0} \quad \boxed{\text{NO DERIVABLE, } \nexists\ f(+1)}$$

c) Extremos

$$f'(x)=0 \Rightarrow \frac{4x}{3\sqrt{x^2-1}}=0 \Rightarrow 4x=0 \Rightarrow x=0$$

En x=0 hay un posible extremo, estudiamos también donde no es derivable: {−1, 1}

		-1		0		1	
f'	−		+		−		+
f	D		C		D		C

Por tanto tenemos un $\boxed{\text{máximo en } (x=0)}$ C → D y dos mínimos en (x=1 y x=−1) D → C

$f(0)=\sqrt[3]{(0^2-1)^2}=1$ $\boxed{\text{MÁXIMO } (0,1)}$

$f(1)=\sqrt[3]{(1^2-1)^2}=0$ $\boxed{\text{MÍNIMO } (1,0)}$

$f(-1)=f(1)$ por ser simétrica par $\boxed{\text{MÍNIMO } (-1,0)}$

Pregunta A.3. Sean los puntos A(1, - 2, 3), B(0, 2, - 1) y C(2, 1, 0) Se pide:

a) (1.25 puntos) Comprobar que forman un triángulo T y hallar una ecuación del plano que los contiene.
b) (0.75 puntos) Calcular el corte de la recta que pasa por los puntos A y B con el plano z = 1
c) (0.5 puntos) Determinar el perímetro del triángulo T.

$A(1,-2,3), B(0,2,-1)$ y $C(2,1,0)$

a) Formarán un triángulo siempre y cuando no estén alineados

$\vec{AB}(-1,4,-4)$ $\vec{BC}=(2,-1,1)$

Para que estén alineados sus vectores tendrán que ser paralelos:

$\vec{AB} \overset{?}{/\!/} \vec{BC} \Rightarrow -\frac{1}{2} \neq \frac{4}{-1} = \frac{1}{-4}$ COMO NO LO SON, FORMAN UN TRIÁNGULO

PARA OBTENER UN PLANO NECESITO DOS VECTORES Y UN PUNTO

$$\pi: \begin{vmatrix} x-1 & y+2 & z-3 \\ -1 & 4 & -4 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow (x-1)(4-4)-(y+2)\cdot$$
$$\cdot(-1+8)+(z-3)(1-8)=0$$

$$-(y+2)\cdot 7 + (z-3)(-7) = 0 \rightarrow -7y - 14 - z\cdot 7 + 21 = 0$$

$$-7y - 7z + 7 = 0 \Rightarrow \boxed{y + z - 1 = 0}$$

b) Para obtener el punto de corte entre la recta AB y $z=1$, determinamos la recta contínua:

$$\frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-3}{-4}$$

Los puntos de $z=1$, son del tipo $(x, y, 1)$

Formamos las ecuaciones:

$$\frac{x-1}{-1} = \frac{1-3}{-4} \rightarrow -4x+4 = 2 \rightarrow -4x = -4+2 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$\frac{y+2}{4} = \frac{1-3}{-4} \rightarrow -y-2 = -2 \rightarrow y = 0$$

El punto es el: $(1/2, 0, 1)$

c) Para obtener el perímetro solo hemos de sumar los módulos de $\vec{AB}$, $\vec{BC}$ y $\vec{CA}$

$$\vec{AB} = (-1, 4, -4) \Rightarrow |\vec{AB}| = \sqrt{(-1)^2 + 4^2 + (-4)^2} = \sqrt{33}$$

$$\vec{BC} = (2, -1, 1) \Rightarrow |\vec{BC}| = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 1^2} = \sqrt{6} \quad +$$

$$\vec{CA} = (-1, -3, 3) \Rightarrow |\vec{CA}| = \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2 + 3^2} = \sqrt{19}$$

$$P = \sqrt{33} + \sqrt{6} + \sqrt{19}$$

Pregunta A.4. Se tiene un suceso A de probabilidad P(A)=0,3.

a) Un suceso B de probabilidad P(B) = 0,5 es independiente de A. Calcule P(AUB).

b) Otro suceso C cumple P(C|A)=0,5. Determine P($A\cap\overline{C}$)

c) Se tiene un suceso D tal que P($\overline{A}$|D=0,2 y P(D|A=0,5, calcule P(D).

$P(A)=0.3$ a) $P(B)=0.5$ A y B independientes

$P(A\cup B)=?$

Como A y B son independientes se cumple que: $\boxed{P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)}$ por tanto:

$\boxed{P(A\cap B)=0.5\cdot 0.3=0{,}15}$

Para sacar la unión aplicamos:

$\boxed{P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)}$

$P(A\cup B)=0{,}3+0{,}5-0{,}15 \Rightarrow \boxed{P(A\cup B)=0{,}65}$

b) $P(C|A)=0.5$ $P(A\cap\overline{C})=?$

Sabemos que $P(A\cap\overline{C})=P(A)-P(A\cap C)$

Y, según Bayes: $P(C/A)=\dfrac{P(A\cap C)}{P(A)}$

Así pues: $0.5=\dfrac{P(A\cap C)}{0.3} \Rightarrow \boxed{P(A\cap C)=0{,}5\cdot 0{,}3=0{,}15}$

sustituyendo en la primera:

$P(A\cap\overline{C})=0{,}3-0{,}15 \Rightarrow \boxed{P(A\cap\overline{C})=0{,}15}$

c) $P(\overline{A}|D)=0{,}2$ $P(D|A)=0{,}5$ $P(D)=?$

$$P(\overline{A}/D)=\frac{P(D\cap\overline{A})}{P(D)}=\frac{P(D)-P(A\cap D)}{P(D)}$$

Sustituimos los valores:

$$0,2 = \frac{P(D) - P(A \cap D)}{P(D)}$$

Por otro lado: $P(D/A) = \frac{P(A \cap D)}{P(A)}$ sustituyendo:

$$0,5 = \frac{P(A \cap D)}{0,3} \rightarrow \boxed{P(A \cap D) = 0,5 \cdot 0,3 = 0,15}$$

Ahora, sabiendo $P(A \cap D)$:

$$0,2 = \frac{P(D) - 0,15}{P(D)} \Rightarrow 0,2 \cdot P(D) = P(D) - 0,15$$

$$P(D) - 0,2 \cdot P(D) = 0,15 \Rightarrow 0,8 \cdot P(D) = 0,15$$

$$P(D) = \frac{0,15}{0,8} \Rightarrow \boxed{P(D) = 0,19}$$

Pregunta B1.- Dado el sistema $\begin{cases} (a+1)x + 4y = 0 \\ (a-1)y + z = 3 \\ 4x + 2ay + z = 3 \end{cases}$, se pide:

a) (1,25 puntos) Discutirlo en función del parámetro a
b) (0,5 puntos) Resolverlo para a=3.
c) (0,75 puntos) Resolverlo para a = 5.

$$\begin{cases} (a+1)x + 4y = 0 \\ (a-1)y + z = 3 \\ 4x + 2ay + z = 3 \end{cases}$$

a) Construimos la matriz de los coeficientes y la matriz ampliada

$$\left(\begin{array}{ccc|c} a+1 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & a-1 & 1 & 3 \\ 4 & 2a & 1 & 3 \end{array}\right)$$

Estudiamos el rango de A (matriz de coeficientes) calculando el determinante:

$$\begin{vmatrix} a+1 & 4 & 0 \\ 0 & a-1 & 1 \\ 4 & 2a & 1 \end{vmatrix} = a^2-1+16+0-0-0-2a^2-2a = -a^2-2a+15$$

obtenemos los valores de "a" que hacen 0 el determinante: $a^2+2a-15=0 \rightarrow a=\dfrac{-2\pm\sqrt{4+4\cdot 15}}{2}$

$$a=\frac{-2\pm\sqrt{64}}{2}=\frac{-2\pm 8}{2} \begin{cases} \dfrac{-2+8}{2}=\dfrac{6}{2}=3 \\ \dfrac{-2-8}{2}=\dfrac{-10}{2}=-5 \end{cases}$$

- Para $a\neq 3$ y $a\neq -5$ el Rango de A es 3, por tanto, también el de la ampliada por lo que: $R(A)=3=R(A^*)=3=$ nº incógnitas

$\boxed{\text{SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO. 1 SOLUCIÓN}}$

- Si $a=3$, estudiamos el rango de:

$$\begin{pmatrix} 4 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 3 \\ 4 & 6 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Usaremos el método de Gauss:

$F_3=F_3-F_1$

$$\begin{pmatrix} 4 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \rightarrow$$ como las F2 y la F3 son iguales el rango es 2.

$R(A)=2=R(A^*)=2<3=$ nº incógnitas

$\boxed{\text{SISTEMA COMPATIBLE INDETERMINADO, } \infty \text{ SOLUCIONES}}$

• Si $a=-5$, estudiamos el rango de:

$$\begin{pmatrix} -4 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & -6 & 1 & 3 \\ 4 & -10 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Usamos Gauss de nuevo:

$F3 = F3+F1$

$$\begin{pmatrix} -4 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & -6 & 1 & 3 \\ 0 & -6 & 1 & 3 \end{pmatrix} \rightarrow$$ De nuevo $F2=F3$, por tanto rango $=2$

$R(A)=2=R(A^*)=2<3=$ nº incógnitas

$\boxed{\text{SISTEMA COMPATIBLE INDETERMINADO, } \infty \text{ SOLUC.}}$

b) Resolvemos para $a=3$

Una vez aplicado Gauss, el sistema queda:

$$\begin{cases} 4x+4y=0 \\ 2y+z=3 \end{cases}$$

Damos a $\boxed{z=\lambda}$, $2y+\lambda=3 \rightarrow \boxed{y=\frac{3-\lambda}{2}}$

$4x=-4y \rightarrow x=-y \Rightarrow \boxed{x=\frac{-3+\lambda}{2}}$

c) Para $a=5$, el sistema queda:

$$\begin{cases} 6x+4y=0 \\ \quad\quad 4y+z=3 \\ 4x+10y+z=3 \end{cases}$$

Ahora el sistema es compatible determinado, por lo que podemos resolverlo por Cramer:

$$x=\frac{\begin{vmatrix} 0 & 4 & 0 \\ 3 & 4 & 1 \\ 3 & 10 & 1 \end{vmatrix}}{5^2+2\cdot5-15}=\frac{0+12+0-0-12-0}{20}=\frac{0}{20}=0$$

$$y=\frac{\begin{vmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 4 & 3 & 1 \end{vmatrix}}{20}=\frac{18+0+0-0-0-18}{20}=\frac{0}{20}=0$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 6 & 4 & 0 \\ 0 & 4 & 3 \\ 4 & 10 & 3 \end{vmatrix}}{20} = \frac{72+48+0-0-0-180}{20} = \frac{-60}{20} = -3$$

Pregunta B2. Dada la función real de variable real definida sobre su dominio como

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2}{2+x^2} & si\ x \leq -1 \\ \dfrac{2x^2}{3-3x} & si\ x > -1 \end{cases}$$

ACADEMIA ALFA 10
C/ Nelly Sachs, 1
☎ 91 798 18 20

a) (0.75 puntos) Estudiar la continuidad de la función en R.
b) (1 punto) Calcular el siguiente límite: $\lim_{x \to -\infty} f(x)^{2x^2-1}$
c) (0.75 puntos) Calcular la siguiente integral: $\int_{-1}^{0} f(x) \cdot dx$

a) CONTINUIDAD. EN PRIMER LUGAR, ESTUDIAMOS EL DOMINIO.

En el segundo trozo estudiamos cuando el denominador se anule $3 - x \cdot 3 = 0 \rightarrow x = 1$, POR TANTO:

$\text{dom } f: \mathbb{R} - \{1\}$ LA FUNCIÓN es continua en todo su dominio por ser racionales (a falta de $x=-1$):

Estudiamos en $x=-1$

$$f(-1) = \frac{(-1)^2}{2+(-1)^2} = \frac{1}{3} \qquad \lim_{x \to -1^-} f(x) = \lim_{x \to -1^-} \frac{x^2}{2+x^2} = \frac{1}{3}$$

$$\lim_{x \to -1^+} f(x) = \lim_{x \to -1^+} \frac{2x^2}{3-3x} = \frac{2(-1)^2}{3-3(-1)} = \frac{2}{6} = 1/3$$

Como los límites laterales son iguales e igual al valor de $f(-1)$ la función es continua en $x=1$, y por tanto, en todo su dominio.

ACADEMIA ALFA 10
C/ Nelly Sachs, 1
☎ 91 798 18 20

b) $\lim_{x \to -\infty} f(x)^{2x^2-1}$ Como $x \to -\infty$ tomaremos el primer trozo de función

$$\lim_{x \to -\infty} \left(\frac{x^2}{2+x^2}\right)^{2x^2-1} = 1^{\infty} \text{ IND. TOMAMOS logaritmos:}$$

$$\lim_{x \to -\infty} \left(\frac{x^2}{2+x^2}\right)^{2x^2-1} = \lambda \to \lim_{x \to \infty} \ln\left(\frac{x^2}{2+x^2}\right)^{2x^2-1} = \ln \lambda$$

$$\lim_{x \to -\infty} (2x^2-1) \cdot \ln\left(\frac{x^2}{2+x^2}\right) = -\infty \cdot 0 \to \text{IND.}$$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{\ln \frac{x^2}{2+x^2}}{\frac{1}{2x^2-1}} \overset{\text{L'HÔPITAL}}{=} \lim_{x \to -\infty} \frac{\frac{2+x^2}{x^2} \cdot \frac{2x(2+x^2)-x^2 \cdot 2x}{(2+x^2)^2}}{\frac{-4x}{(2x^2-1)^2}} =$$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{(2+x^2)(4x+\cancel{2x^3}-\cancel{2x^3}) \cdot (2x^2-1)^2}{-4x \cdot x^2 \cdot (2+x^2)^2}$$ Aplicando la regla de los grados

$$\left.\begin{array}{l} G(N)=7 \\ G(D)=7 \end{array}\right\}$$ como los grados son iguales:

$C(N)=16$, $C(D)=-4$. $\lim = \frac{16}{-4} = -4$

$\ln \lambda = -4 \rightarrow \lambda = e^{-4} = \frac{1}{e^4}$.

$\boxed{\text{El valor de límite pedido es } 1/e^4}$

c) $\int_{-1}^{0} f(x) \cdot dx$ Para los valores entre -1 y 0 tendremos que usar el segundo tramo de f(x):

$\int_{-1}^{0} \frac{2x^2}{3-3x} dx$ En primer lugar, obtendremos la primitiva:

$\int \frac{2x^2}{3-3x} dx$ dividimos numerador y denominador

$$\begin{array}{l|l} \cancel{2x^2} & -3x+3 \\ \hline -\cancel{2x^2}+2x & -\frac{2}{3}x-\frac{2}{3} \\ \hline \cancel{2x} & \\ -\cancel{2x}+2 & \\ \hline 2 & \end{array}$$

$$F = \int \left(-\frac{2}{3}x - \frac{2}{3} + \frac{2}{3-3x} \right) dx =$$

$$= \int -\frac{2}{3} x \, dx + \int -\frac{2}{3} dx + \int \frac{2}{3-3x} dx =$$

$$= -\frac{2}{3}\frac{x^2}{2} - \frac{2}{3}x - \frac{2}{3}\ln|3-3x|$$

$F(0) = -\frac{2}{9}\ln 3 \quad F(-1) = -\frac{1}{3} + \frac{2}{3} - \frac{2}{3}\ln 6$

Aplicamos la regla de Barrow:

$$F(0)-F(-1) = -\frac{2}{3}\ln 3+\frac{1}{3}-\frac{2}{3}+\frac{2}{3}\ln 6 =$$

$$= \frac{1}{3}(2\ln 6-2\ln 3-1)=\frac{1}{3}\left(\ln\frac{6^2}{3^2}-1\right)=\boxed{\frac{1}{3}(\ln 4-1)=0{,}129}$$

Pregunta B.3. Dada la recta $r \equiv \frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{-2}$, el plano π: x-z=2 y el punto A(1, 1, 1) se pide:

a) (0.75 puntos) Estudiar la posición relativa de r y π y calcular su intersección, si existe.

b) (0.75 puntos) Calcular la proyección ortogonal del punto A sobre el plano π.

c) (1 punto) Calcular el punto simétrico del punto A con respecto a la recta r.

$r \equiv \frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{-2}$ $P(1,0,-1)$ $\vec{r}=(2,1,-2)$

$\Pi \equiv x-z=2$ $\vec{n}=(1,0,-1)$ $A(1,1,1)$

a) Posición relativa. Obtendremos el producto escalar de $\vec{r}$ y $\vec{n}$: $\vec{r}\cdot\vec{n}=(2,1,-2)\cdot(1,0,-1)=2+0+2=4\neq 0$

Como el producto escalar no es nulo, la recta y el plano SE CORTAN

Para obtener el punto de corte, pasamos la recta a paramétricas: $r\equiv\begin{cases}x=1+2\lambda\\ y=\lambda\\ z=-1-2\lambda\end{cases}$

Ahora sustituimos x, y, z en la ecuación de Π:

$\Pi\equiv x-z=2 \rightarrow (1+2\lambda)-(-1-2\lambda)=2 \Rightarrow 1+2\lambda+1+2\lambda=2$

$2+4\lambda=2 \Rightarrow \boxed{\lambda=0}$

Sustituimos λ en r: $\boxed{I(1+2\cdot 0,0,-1-2\cdot 0)=(1,0,-1)}$

b) Proyección de A sobre π

Obtenemos la perpendicular a π que pasa por A

$s: \vec{n}, A \Rightarrow s: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{0} = \frac{z-1}{-1}$

Ec. paramétrica: $s \equiv \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 1 \\ z = 1 - \lambda \end{cases}$

Ahora buscamos la intersección de s con π.

$\pi: x - z = 2 \rightarrow (1+\lambda) - (1-\lambda) = 2 \rightarrow 1 + \lambda - 1 + \lambda = 2 \Rightarrow \boxed{\lambda = 1}$

$A'(1+1, 1, 1-1) \Rightarrow \boxed{A'(2,1,0)}$ Proyección de A sobre π

c) Simétrico de A respecto de r.

obtenemos el plano α perpendicular a r y que contiene a A

$\alpha: 2x + y - 2z = d \rightarrow 2\cdot 1 + 1 - 2\cdot 1 = d \Rightarrow \boxed{d = 1}$

$\boxed{\alpha: 2x + y - 2z = 1}$ obtenemos el corte de α y r:

$2\cdot(1+2\lambda) + \lambda - 2(-1-2\lambda) = 1$

$2 + 4\lambda + \lambda + 2 + 4\lambda = 1 \Rightarrow 9\lambda = -3 \rightarrow \boxed{\lambda = -1/3}$

$B\left(1 + 2\cdot\frac{-1}{3}, -1/3, -1 - 2\frac{-1}{3}\right) \Rightarrow \boxed{B(1/3, -1/3, -1/3)}$

Aplicamos la fórmula del punto medio: $M = \frac{A+B}{2}$

M es B, A es A y B es A' que buscamos:

$$(1/3, -1/3, -1/3) = \frac{(1,1,1)+(x,y,z)}{2} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2}{3} = 1 + x \Rightarrow x = -1/3 \\ -\frac{2}{3} = 1 + y \Rightarrow y = -5/3 \\ -\frac{2}{3} = 1 + z \Rightarrow z = -5/3 \end{cases}$$

$$\boxed{A'(-1/3, -5/3, -5/3)}$$

Pregunta B.4. La longitud de la sardina del Pacífico (Sardinops sagax) se puede considerar que es una variable aleatoria con distribución normal de media ´ 175 mm y desviación típica 25.75 mm.

a) (1 punto) Una empresa envasadora de esta variedad de sardinas solo admite como sardinas de calidad aquellas con una longitud superior a 16 cm. ¿Qué porcentaje de las sardinas capturadas por un buque ´ pesquero serán de la calidad que espera la empresa envasadora? ´

b) (0.5 puntos) Hallar una longitud t < 175 mm tal que entre t y 175 mm esten el ´ 18 % de las sardinas capturadas.

c) (1 punto) En altamar se procesan las sardinas en lotes de 10. Posteriormente se devuelven al mar las sardinas de cada lote que son menores de 15 cm por considerarlas pequeñas. ¿Cuál es la probabilidad de que en un lote haya al menos una sardina devuelta por pequeña?

$N(175, 25.75)$

a) $P(x>160) = P\left(z > \frac{160-175}{25,75}\right) = P(z > -0,58) =$

TIPIFICAMOS

$= P(z < 0,58) = \boxed{0,7190}$

b) $P(t < x < 175) = 0,18 \xrightarrow{\text{TIPIFICANDO}} P\left(\frac{t-175}{25.75} < z < 0\right) =$

0,5

$= P(z<0) - P(z<a) = 0,18 \Rightarrow P(z<a) = 0,5 - 0,18$

$P(z<a) = 0,32$ Como $0,32 < 0,5$, a tiene que ser NEGATIVA, POR TANTO, $P(z<-a) = 1 - 0,32$

$P(z<-a) = 0,68 \Rightarrow -a = 0,465$

Sustituimos a: $-\frac{t-175}{25.75}=0,465 \Rightarrow -t+175=11,97$

ACADEMIA ALFA 10
C/ Nelly Sachs, 1
☎ 91 798 18 20

$t=175-11,97 \Rightarrow \boxed{t=163,03}$

c) $n=10$ $P(x<150)=?$ $P(y\geq 1)=?$ Al menos una.

Primero obtenemos la probabilidad de pescar una sardina menor de 150:

$P(x<150)=P\left(z<\frac{150-175}{25.75}\right)=P(z<-0,97)=$

$=1-P(z<0,97)=1-0,8340=0,166$

Ahora aplicamos la distribución binomial: $B(10, 0.166)$

$P(y\geq 1)=1-P(y=0)$

$P(y=0)=\binom{n}{0}p^0\cdot(1-p)^n=\binom{10}{0}\cdot 1\cdot(1-0,166)^{10}=0,163$

$\boxed{P(y\geq 1)=1-0,163=0,837}$